



Compte-rendu de Travaux Pratiques

M2 TMA – Méthodes expérimentales avancées

Année universitaire 2025–2026

Turbulence : mesures et analyses expérimentales

TP développé : TP14 – Turbulence générée par grille oscillante dans l'eau

Synthèses : TP1 (sillage) – TP2 (HTI aval de grille) – TP13 (spray)

Auteur : Robin SPORTIELLO

Université : Université Grenoble Alpes

Date : 19 janvier 2026

UE : Méthodes expérimentales avancées

Table des matières

Résumés (FR/EN) et charte IA	2
1 Introduction et théorie commune	3
1.1 Contexte général et objectifs du rapport	3
1.2 Notations et grandeurs utilisées	3
1.3 Méthodes et outils d'analyse communs	4
2 TP14 – Turbulence générée par grille oscillante dans l'eau	5
2.1 Contexte et objectifs	5
2.2 Dispositif expérimental	5
2.3 Instrumentation et principes de mesure	6
2.4 Méthode d'analyse et traitement des données	7
2.5 Résultats	7
2.6 Discussion et conclusion TP14	9
3 Résumé des TP1, TP2 et TP13	10
3.1 TP1 – Sillage turbulent derrière un cylindre en soufflerie	10
3.2 TP2 – HTI en aval d'une grille active en soufflerie	11
3.3 TP13 – Démonstration sur le banc de spray	12
4 Discussion générale, conclusion et perspectives	13
4.1 Discussion générale	13
4.2 Conclusion	14
4.3 Perspectives communes	14
5 Bibliographie	15
A Annexes	16
A.1 Détails de traitement numérique	16
A.2 Figures complémentaires	18

Résumés (FR/EN) et charte IA

Résumé (FR) – Ce rapport synthétise plusieurs travaux pratiques autour de la turbulence, en mettant l’accent sur la comparaison de diagnostics eulériens et lagrangiens. Le TP14 (grille oscillante dans l’eau) s’appuie sur du suivi de particules (par PTV) pour estimer vitesses et accélérations et caractériser leurs statistiques : les PDF réduites s’écartent d’une loi normale et les accélérations présentent des queues intermittentes, en accord qualitatif avec la littérature [3]. On discute l’influence de la fréquence de forçage sur les grandeurs moyennes, ainsi que l’effet des choix de traitement (filtrage/dérivation) sur les PDF. En complément, le TP1 explore le proche sillage d’un cylindre en soufflerie via des signatures fréquentielles cohérentes [6] ; le TP2 (turbulence de grille) relie niveaux de fluctuation, spectres et lois d’échelle dans le cadre des grilles actives [7, 8] en s’appuyant sur les références classiques [1] ; enfin le TP13 met en évidence, sur un spray coaxial, les liens entre PDF/PSD de la longueur de cœur liquide et ses temps caractéristiques [9].

Abstract (EN) – This report summarizes several laboratory sessions on turbulent flows, with an emphasis on combining Eulerian and Lagrangian diagnostics. In TP14 (oscillating-grid turbulence in water), particle tracking velocimetry is used to estimate velocity and acceleration statistics : reduced PDFs depart from Gaussianity and acceleration PDFs exhibit intermittent heavy tails, consistent with previous results [3]. We discuss how the forcing frequency impacts mean/rms quantities and how processing choices (filtering and numerical differentiation) affect the measured PDFs. Complementary one-page summaries address : TP1, coherent spectral signatures in a cylinder wake [6] ; TP2, grid/active-grid turbulence scaling and spectra [1, 7, 8] ; and TP13, spray-coaxial near-field statistics linking PDFs/PSDs of the liquid-core length to characteristic time scales [9].

Charte IA – IA utilisée : oui.

- Parties concernées : (i) reformulation et amélioration éditoriale du compte-rendu (structure, fluidité, transitions) ; (ii) aide exploratoire pour identifier des méthodes possibles de traitement de données (ex. typique : estimations d’incertitudes pour les jeux de données du TP14), systématiquement complétée par une vérification et un apprentissage via d’autres ressources (cours, sites, vidéos) ; (iii) assistance ponctuelle au dépannage lors de l’extraction/lecture de données, notamment pour le TP2 lorsque certains fichiers posaient un problème d’encodage (Big Endian).
- Proportion (%) : difficile à quantifier précisément, car l’usage a surtout consisté en reformulations d’idées et améliorations de tournures tout au long du document. L’IA a été utilisée principalement pour l’aspect rédactionnel (style/clarification) et pour l’aide technique.
- Outils : ChatGPT, Claude, DeepL
- Justification de l’intérêt : améliorer la lisibilité et la structuration du rapport, accélérer la phase de relecture, élargir le panorama des méthodes de traitement possibles, et résoudre un problème pratique de lecture/extraction de données pour pouvoir poursuivre l’analyse.

1 Introduction et théorie commune

1.1 Contexte général et objectifs du rapport

La turbulence est omniprésente dans les écoulements naturels et industriels (transport, mélange, transferts thermiques, aérodynamique). Elle se caractérise par un mouvement chaotique tridimensionnel et par un transfert d'énergie des grandes échelles (où l'énergie est injectée par le forçage) vers les petites échelles (où elle est dissipée par la viscosité) : c'est la cascade turbulente. L'objectif de ce compte-rendu est de **caractériser des écoulements turbulents par des observables quantitatives** et de **discuter ce que ces observables disent** de la dynamique multi-échelle.

Ici, le fil conducteur est le questionnement suivant : *à partir de mesures expérimentales, quelles signatures permettent d'identifier la turbulence, d'en quantifier l'intensité et d'accéder aux échelles caractéristiques ?* Pour y répondre, on adopte une logique de comparaison entre TP : on représente systématiquement des **séries temporelles**, des **spectres**, et/ou des **distributions** afin (i) de comparer les niveaux de fluctuations, (ii) d'évaluer la répartition de l'énergie selon les échelles, et (iii) d'évaluer l'intermittence.

1.2 Notations et grandeurs utilisées

On note $u(t)$ une composante de vitesse mesurée. La décomposition de Reynolds s'écrit

$$u(t) = \langle u \rangle + u'(t), \quad \langle u' \rangle = 0, \quad (1)$$

où $\langle \cdot \rangle$ désigne une moyenne temporelle sur une durée suffisamment longue devant les grandes échelles. L'intensité des fluctuations est quantifiée par la valeur quadratique moyenne

$$u_{\text{rms}} = \sqrt{\langle u'^2 \rangle}. \quad (2)$$

Quand un écoulement moyen $U = \langle u \rangle$ est présent, on définit l'intensité turbulente

$$\text{TI} = \frac{u_{\text{rms}}}{|U|}. \quad (3)$$

Pour comparer les régimes, on introduit un Reynolds basé sur une échelle L représentative des grandes structures :

$$\text{Re} = \frac{UL}{\nu}, \quad (4)$$

où ν est la viscosité cinématique. Lorsque l'estimation de la dissipation ε est discutée, on rappelle l'échelle de Kolmogorov :

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4}. \quad (5)$$

On utilise également le Reynolds de Taylor, qui caractérise la séparation d'échelles dans une turbulence :

$$\text{Re}_\lambda = \frac{u_{\text{rms}} \lambda}{\nu}, \quad (6)$$

où λ est l'échelle de Taylor.

Enfin, pour comparer la forme des distributions entre différents cas, on travaille avec des variables normalisées (centrées-réduites). On note $a(t)$ une composante d'accélération et $a_{\text{rms}} = \sqrt{\langle a^2 \rangle}$:

$$\tilde{u} = \frac{u - \langle u \rangle}{u_{\text{rms}}}, \quad \tilde{a} = \frac{a}{a_{\text{rms}}}. \quad (7)$$

1.3 Méthodes et outils d'analyse communs

Des représentations homogènes sont privilégiées d'un TP à l'autre (mêmes types de graphes, mêmes normalisations) afin de comparer : (i) l'intensité (via u_{rms} ou TI), (ii) la répartition multi-échelle (via PSD et/ou autocorrélation), et (iii) l'intermittence (via PDF).

Étude lagrangienne et eulerienne – L'étude des écoulements turbulents peut être abordée selon deux points de vue complémentaires : (i) une description eulérienne, où la vitesse du fluide est mesurée en des points fixes de l'espace, et (ii) une description lagrangienne, où le mouvement de particules traçantes est suivi au cours du temps. Dans ce rapport, l'approche eulérienne est mobilisée pour les TP1, TP2 et TP13, tandis que l'approche lagrangienne est utilisée pour le TP14.

Séries temporelles et statistiques – L'étude temporelle des signaux permet de vérifier la stationnarité (dérives, transitoires), de repérer des saturations instrumentales et de qualifier le bruit. On estime ensuite $\langle u \rangle$, u_{rms} et, si besoin, des moments d'ordre supérieur pour quantifier l'intermittence.

Corrélation et grandes échelles – L'autocorrélation normalisée est

$$R_{uu}(\tau) = \frac{\langle u'(t) u'(t + \tau) \rangle}{\langle u'^2 \rangle}. \quad (8)$$

Sa décroissance fournit un temps caractéristique associé aux grandes structures. Une échelle intégrale de temps est définie par $T_L = \int_0^\infty R_{uu}(\tau) d\tau$. Quand une vitesse moyenne U est présente et si l'hypothèse de turbulence gelée (Taylor) est plausible, on associe une longueur intégrale $L \simeq UT_L$.

PSD et méthode de Welch – Le contenu fréquentiel est décrit par la densité spectrale de puissance $P_{uu}(f)$. Afin d'obtenir une estimation robuste, on utilise la méthode de Welch, qui consiste à calculer le spectre sur plusieurs portions du signal puis à moyenner les résultats. Ce moyennage réduit la variance de l'estimateur et rend la PSD moins bruitée, au prix d'une résolution fréquentielle légèrement dégradée. Le spectre sert à discuter (i) la répartition de l'énergie entre échelles, (ii) l'existence d'une zone de loi de puissance, et (iii) les limitations expérimentales : bruit aux hautes fréquences, aliasing ou artefacts dus au filtrage/dérivation numérique.

PDF et intermittence – Les fluctuations turbulentes sont également caractérisées par leurs distributions. La PDF de $\tilde{u}$ (souvent proche d'une gaussienne quand les grandes échelles dominent) est comparée à $\mathcal{N}(0, 1)$, tandis que la PDF de $\tilde{a}$ présente typiquement des queues non-gaussiennes (intermittence aux petites échelles).

2 TP14 – Turbulence générée par grille oscillante dans l’eau

2.1 Contexte et objectifs

Pour l’étude des différentes grandeurs de ce TP, la technique de suivi lagrangien de particule (cf. Section 1.3) est mise en œuvre dans un écoulement turbulent généré par une grille oscillante dans l’eau. Les grilles oscillantes constituent un dispositif classique pour produire en laboratoire une turbulence à écoulement moyen faible [2].

Dans un écoulement turbulent, les trajectoires de particules traçantes sont chaotiques. L’analyse statistique de leurs vitesses et accélérations donne accès aux fluctuations sur un large spectre d’échelles, des grandes échelles énergétiques (plutôt visibles via la vitesse) jusqu’aux petites échelles dissipatives (qui dominent l’accélération). Ce TP vise à parcourir l’ensemble de la chaîne expérimentale en turbulence générée par grille oscillante : (i) réglage du dispositif de visualisation, (ii) ensemencement par des particules, (iii) acquisition de séquences d’images pour plusieurs niveaux de forçage, puis (iv) post-traitement pour reconstruire des trajectoires 2D et en déduire des signaux lagrangiens.

Un point central est la dérivation numérique : elle amplifie le bruit sur les positions mesurées, rendant l’estimation de $u(t)$ et surtout de $a_x(t)$ particulièrement sensible au traitement. On met donc l’accent sur le lissage (filtre gaussien) et sur l’usage de noyaux de différentiation plus robustes (dérivées de gaussienne) afin d’obtenir des signaux dérivés exploitables. L’objectif est alors (i) de calculer $u(t)$ et $a_x(t)$ à partir des positions en contrôlant le bruit, (ii) de quantifier l’effet du forçage sur $\langle u \rangle$, u_{rms} , $\langle a_x \rangle$ et a_{rms} , (iii) d’analyser les distributions : PDF centrée-réduite de u comparée à $\mathcal{N}(0, 1)$ et PDF réduite de a_x/a_{rms} comparée au modèle présenté par *Mordant et al.* [3], et enfin (iv) d’évaluer la sensibilité des statistiques d’accélération au lissage (largeur de noyau) ainsi que les limites statistiques liées aux queues et au *binning*.

2.2 Dispositif expérimental

L’écoulement est produit dans un grand réservoir d’eau, dans lequel deux grilles oscillent à l’intérieur d’un tunnel de confinement. Au plan médian entre les deux grilles, si la vitesse de grille est suffisamment grande, on s’attend à un écoulement turbulent sans vitesse moyenne, approximativement homogène et isotrope.

Le mouvement des grilles est approximativement sinusoïdal en y grâce à un moteur DC et un système bielle-manivelle. L’amplitude d’oscillation est fixée à $A = 18$ mm, tandis que la fréquence est ajustée via la tension moteur. Le pas de grille (distance entre centres de barreaux) vaut $M = 15$ mm et les dimensions du tunnel de confinement sont $114 \times 114 \times 300$ mm³.

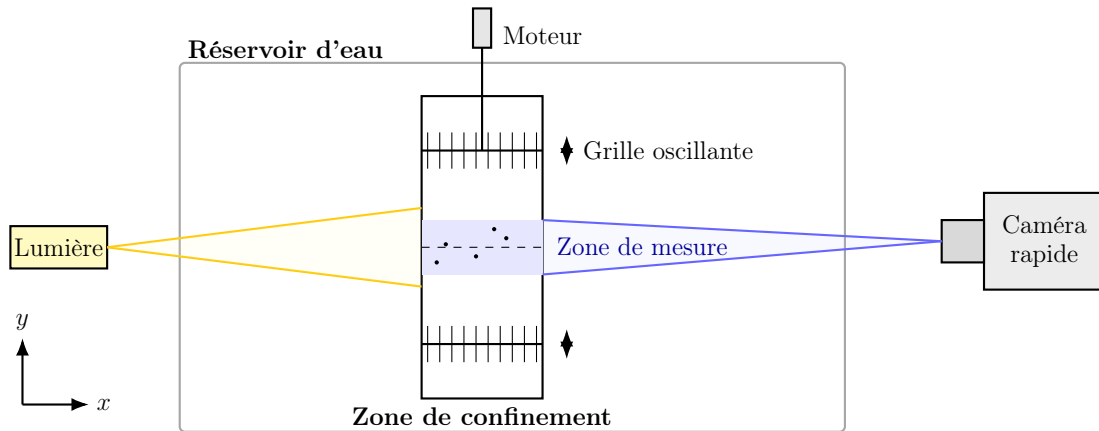


FIGURE 1 – Schéma du dispositif de grille oscillante : réservoir d’eau et tunnel de confinement contenant les grilles oscillantes. La zone de mesure est située au plan médian entre les grilles. Les paramètres de forçage et les dimensions sont précisés dans le texte Partie 2.2. L’instrumentation et les principes de mesure sont détaillés Partie 2.3.

Dans le cas d’une grille unique, des lois d’échelle rapportent une décroissance de u_{rms} avec la distance y à la grille, avec une dépendance en fréquence de la forme

$$u_{\text{rms}} = C_1 \frac{\sqrt{M} (2A)^{3/2}}{y} f, \quad C_1 \simeq 0.2,$$

et une échelle intégrale croissant comme $L \propto y$ [2]. Dans le cas à deux grilles, la croissance $L \propto y$ ne peut pas rester valable partout, mais des études suggèrent que la relation linéaire entre u_{rms} et la fréquence f reste pertinente [4].

Les acquisitions sont réalisées pour plusieurs niveaux de forçage : une acquisition vidéo est faite pour chacune des tensions : [8, 10, 12, 14] V, afin d'explorer différents niveaux d'intensité turbulente.

2.3 Instrumentation et principes de mesure

Le suivi lagrangien est réalisé par imagerie 2D à haute fréquence. Le matériel disponible comprend : une caméra rapide Photron (capteur 1024×1024 pixels, pas de pixel $20 \mu\text{m}$), une lentille convergente de focale 200 mm, un éclairage LED, des particules traçantes (microbilles de verre creuses Dantec, densité 1.06, diamètre $d_p = 100 \mu\text{m}$), ainsi qu'une règle pour l'étalonnage.

2.3.1 Étalonnage optique

La position relative caméra-lentille par rapport au centre du réservoir étant fixée, une première étape consiste à imager une règle placée au milieu du volume de mesure, en assurant la mise au point. Cette image permet : (i) de déterminer le facteur d'échelle k (en $\mu\text{m}/\text{pixel}$) et (ii) vérifier que le facteur d'échelle mesuré correspond à un grandissement plausible compte tenu de la focale connue et de la configuration optique (ordre de grandeur via la relation de lentille mince : $\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o}$ et $|m| = d_i/d_o$).

2.3.2 Choix des particules

Les particules doivent (i) être suffisamment visibles (contraste/éclairage) pour permettre une détection robuste de leur centre, et (ii) suivre le mouvement du fluide avec une inertie aussi faible que possible. Ici, les microbilles de verre creuses (densité $\rho_p \simeq 1.06$) limitent la sédimentation sur les temps d'acquisition, tout en restant assez contrastées pour le suivi d'images. Le diamètre annoncé est $d_p = 100 \mu\text{m}$.

Viscosité à 60°C – L'expérience étant réalisée avec de l'eau chauffée à environ 60°C, la viscosité est plus faible qu'à température ambiante. On utilise la viscosité dynamique relevée à cette température $\mu(60^\circ\text{C}) \approx 4.67 \times 10^{-4} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, et la masse volumique $\rho \approx 983 \text{ kg m}^{-3}$ [5]. La viscosité cinématique vaut alors

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \approx \frac{4.67 \times 10^{-4}}{983} \simeq 4.75 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}.$$

Nombre de Reynolds basé sur l'échelle intégrale – En utilisant les estimations préliminaires $u_{\text{rms}} \approx 0.03 \text{ m s}^{-1}$ et $L \approx 0.01 \text{ m}$, on obtient

$$Re_L = \frac{u_{\text{rms}} L}{\nu} \approx \frac{0.03 \times 0.01}{4.75 \times 10^{-7}} \simeq 6.3 \times 10^2.$$

Estimation de la dissipation et de l'échelle dissipative – On estime la dissipation par l'argument dimensionnel

$$\varepsilon \sim \frac{u_{\text{rms}}^3}{L} \approx \frac{(0.03)^3}{0.01} = 2.7 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-3}.$$

L'échelle de Kolmogorov est alors

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \approx \left(\frac{(4.75 \times 10^{-7})^3}{2.7 \times 10^{-3}} \right)^{1/4},$$

d'où

$$\eta \approx 80 \mu\text{m}.$$

Conclusion – On obtient ainsi $\eta \approx 80 \mu\text{m}$, alors que le diamètre des particules vaut $d_p = 100 \mu\text{m}$. On a donc $d_p > \eta$: les particules ne peuvent pas suivre parfaitement les plus petites structures dissipatives, ce qui peut filtrer une partie des fluctuations à haute fréquence et affecter en particulier les statistiques d'accélération. En revanche, elles restent adaptées à une caractérisation lagrangienne globale (trajectoires, statistiques de vitesse) et aux tendances en fonction du forçage.

2.4 Méthode d'analyse et traitement des données

À partir du facteur d'échelle k mesuré à l'étalonnage (Section 2.3.1), toutes les positions détectées en pixels sont converties en unités SI avant calcul des vitesses/accélérations et des statistiques.

Détection et tracking – Chaque image est traitée pour détecter les particules (seuillage/filtrage et localisation de leur centre). Pour lier les positions successives des particules au cours du temps, des paramètres de tracking sont imposée d'une image à l'autre.

Remarque : L'évaluation du facteur d'échelle k et la partie – Détection et tracking – ont été réalisées par l'enseignant entre l'acquisition des films et le chargement des données sur OPeNDAP : les méthodes et paramètres exacts utilisés ne sont donc pas connus.

2.4.1 Choix de la fréquence d'acquisition

Le sujet impose une contrainte : le déplacement de 99% des particules entre deux images doit rester inférieur à $\eta/5$. En notant Δt la période d'échantillonnage, on impose $u_{99} \Delta t \leq \eta/5$, où u_{99} est une vitesse telle que 99% des particules ont une vitesse $u \leq u_{99}$. En supposant une distribution quasi gaussienne et centrée pour une composante u , on peut prendre $u_{99} \approx 2.6 u_{\text{rms}}$ (ici $3 u_{\text{rms}}$ par sécurité car pas tout à fait gaussienne), d'où :

$$\Delta t \lesssim \frac{\eta/5}{u_{99}} \quad \Rightarrow \quad f_{\text{cam}} = \frac{1}{\Delta t} \gtrsim \frac{5u_{99}}{\eta}.$$

Avec $u_{\text{rms}} \approx 30 \text{ mm s}^{-1}$ et $\eta \approx 0.08 \text{ mm}$ (cf. Section 2.3.2), on obtient f_{cam} de l'ordre de quelques kHz (ordre de grandeur $\sim 6 \text{ kfps}$ si l'on prend $u_{99} \approx 3 u_{\text{rms}}$). En pratique, d'autres éléments peuvent entrer en ligne de compte comme l'exposition, le stockage disponible ou encore la densité de particules.

2.4.2 Choix du temps d'exposition

Pour limiter le flou de mouvement, une règle empirique est imposée : pendant l'exposition, le déplacement doit rester inférieur à $D/10$, où D est le diamètre apparent de la particule sur l'image. On impose donc :

$$t_{\text{exp}} \lesssim \frac{D/10}{u_{99}}.$$

À titre d'ordre de grandeur, si l'on prend $D \simeq d_p = 100 \mu\text{m}$ et $u_{99} \simeq 0.09 \text{ m s}^{-1}$, on obtient $t_{\text{exp}} \lesssim 100 \mu\text{s}$.

2.4.3 Lissage des trajectoires et dérivation

Les positions $(x(t), y(t))$ issues du tracking sont bruitées (localisation sub-pixel, scintillement), et la dérivation numérique amplifie ce bruit, en particulier pour l'accélération. On utilise donc des noyaux gaussiens dérivés, qui combinent filtrage et dérivation : la vitesse $u(t)$ est obtenue par dérivée première de gaussienne et l'accélération $a_x(t)$ par dérivée seconde. Les noyaux sont paramétrés par une largeur (**wd**) et un support (**support**), qui contrôlent le compromis entre réduction du bruit et résolution temporelle (Fig. 3b).

2.4.4 Qualité des trajectoires et choix des segments

Afin d'assurer des statistiques exploitables, nous utilisons le plus grand nombre de trajectoires possible. Les tracks sont découpées en segments dès qu'un saut de frames dépasse un certain seuil, puis les segments trop courts sont écartés. Ces étapes sont essentielles : elles garantissent (i) une dérivation plus robuste et (ii) des comparaisons plus rigoureuses entre conditions, même si le nombre total de segments varie avec le forçage. La distribution des durées des segments retenus est reportée en Annexe A.2.1.

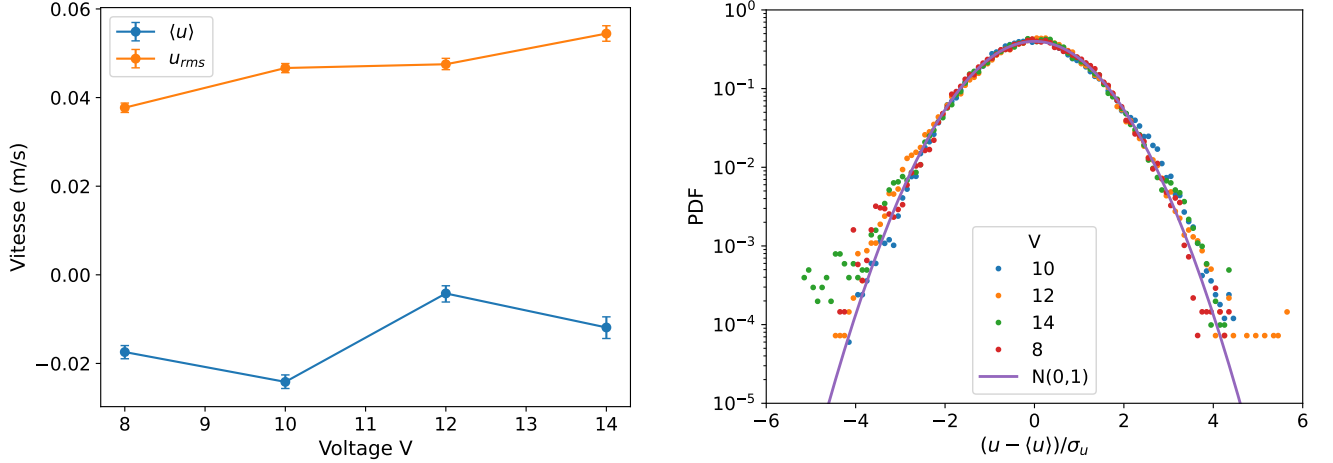
2.5 Résultats

2.5.1 Statistiques de vitesse

La grille oscillante est conçue pour produire, au plan médian, un écoulement sans vitesse moyenne : on s'attend donc à $\langle u \rangle \simeq 0$. La Fig. 2a confirme cet ordre de grandeur, tandis que u_{rms} augmente avec le forçage. On note toutefois une petite valeur moyenne résiduelle (quelques cm/s) selon le forçage : elle peut provenir d'un défaut

d'alignement de l'axe x avec le plan de symétrie ou être due à une recirculation. Dans la suite, pour comparer les PDF pour différents forçages sans biais de moyenne et indépendamment de l'amplitude, on utilise la variable centrée-réduite $z = (u - \langle u \rangle) / \sigma_u$ (cf. Eq. 7).

Les barres d'erreur sont estimées par *bootstrap* sur les segments : on ré-échantillonne les segments avec remise, puis on recalcule $\langle u \rangle$ et u_{rms} pour chaque tirage. Les détails de la méthode sont donnés en Annexe A.1.1.



(a) Vitesse moyenne $\langle u \rangle$ et rms u_{rms} en fonction du forçage.

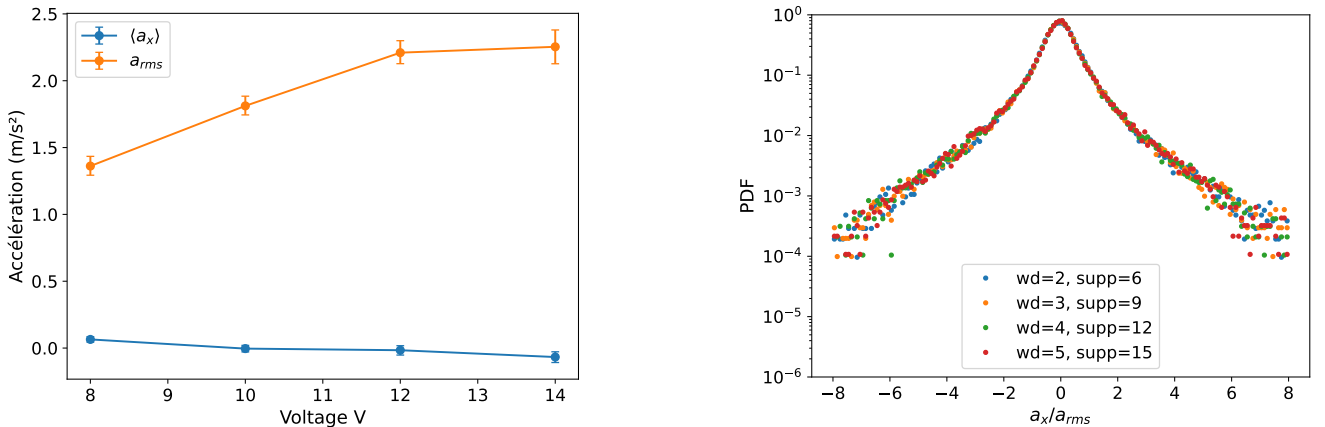
(b) PDF centrée-réduite de u et comparaison à une loi normale $\mathcal{N}(0,1)$.

FIGURE 2 – Statistiques de vitesse pour différents forçages (à [8, 10, 12, 14] V) : (a) vitesse moyenne $\langle u \rangle$ et rms u_{rms} en fonction du forçage appliqué et (b) PDF centrée-réduite de la vitesse et comparaison à $\mathcal{N}(0,1)$.

La Fig. 2b montre une bonne superposition au cœur de la distribution, avec des écarts dans les queues. L'aplatissement visible sur la queue droite pour 12V n'est pas un effet physique, mais un artefact de faible comptage lors de l'estimation par histogramme (voir Annexe A.2.1).

2.5.2 Statistiques d'accélération

La Fig. 3a montre que l'accélération moyenne reste négligeable, ce qui est cohérent avec un régime statistiquement stationnaire, tandis que a_{rms} augmente nettement avec le forçage. Comme a_x est obtenu par dérivation d'un signal mesuré, son estimation est sensible au traitement : on calcule l'accélération en convoluant la position par un noyau gaussien qui dérive et filtre le signal, ce qui affecte en premier lieu les pics d'accélération.



(a) Accélération moyenne $\langle a_x \rangle$ et rms a_{rms} en fonction du forçage.

(b) Robustesse de la PDF réduite pour différents wd , avec $\text{support} = 3 \text{ wd}$; le forçage est fixé à 14 V.

FIGURE 3 – Statistiques de l'accélération : (a) accélération moyenne $\langle a_x \rangle$ et rms a_{rms} en fonction du forçage ([8, 10, 12, 14] V) et (b) influence de la largeur de noyau sur la PDF réduite de l'accélération à un forçage de 14 V.

La Fig. 3b illustre la sensibilité de la PDF réduite de l'accélération au traitement numérique, à forçage fixé,

lorsque l'on fait varier la largeur du noyau de lissage wd . Comme $\langle a_x \rangle$ est négligeable, on considère la variable réduite $x \simeq a_x/a_{\text{rms}}$. Pour éviter que la troncature du noyau ne modifie sa forme effective, on choisit un support proportionnel à wd , ici $\text{support} = 3\text{wd}$. Avec cette convention, les PDF de a_x/a_{rms} restent globalement superposées sur le domaine étudié.

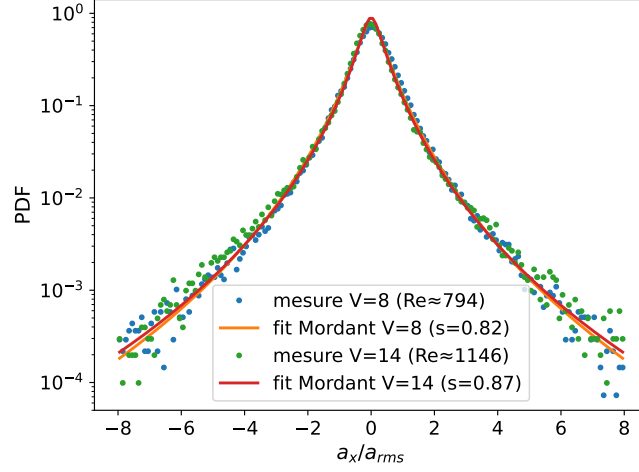


FIGURE 4 – PDF réduite de a_x : comparaison 8V vs 14V et ajustement du modèle de *Mordant et al.* (via paramètre s).

On compare ensuite la PDF mesurée à la prédiction de *Mordant et al.* [3] : on suppose que la norme $\|\mathbf{a}\|$ suit une loi log-normale et, sous hypothèse d’isotropie, on en déduit une expression analytique pour la PDF d’une composante. Dans ce cadre, un unique paramètre s contrôle la largeur des queues. L’ajustement sur nos données donne typiquement $s \simeq 0.8\text{--}0.9$ (par exemple $s \approx 0.82$ à 8 V et $s \approx 0.87$ à 14 V) et décrit correctement les queues sur plusieurs décades (Fig. 4). Les expressions du modèle et la formule utilisée pour le fit sont rappelées en Annexe A.1.2.

2.6 Discussion et conclusion TP14

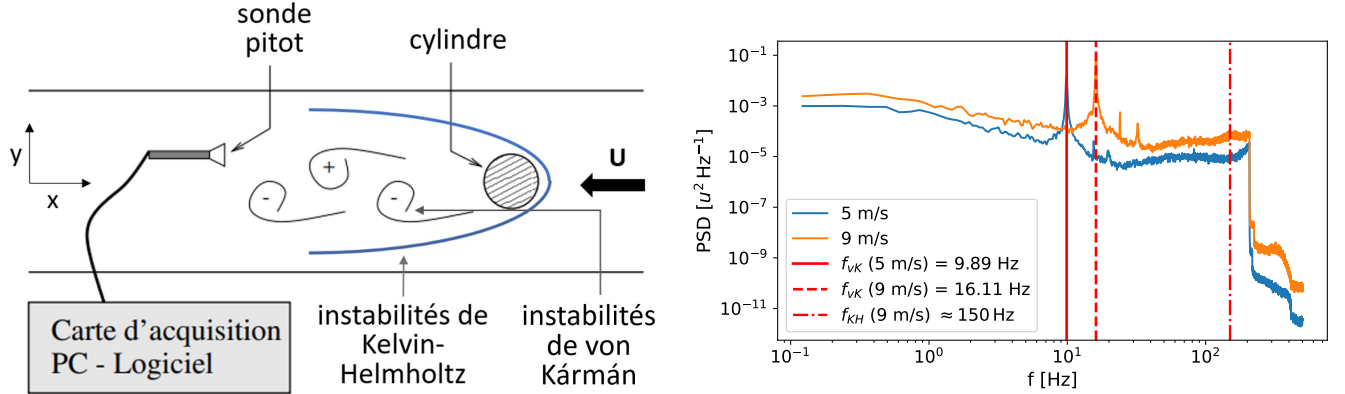
Les quatre conditions de forçage ne contiennent pas exactement la même quantité de données (nombre et durée des segments), ce qui impose de quantifier l’incertitude sur les grandeurs globales. Les intervalles de confiance ont donc été estimés par *bootstrap* en ré-échantillonnant les segments, ce qui fournit des barres d’erreur cohérentes pour $\langle u \rangle$, u_{rms} , $\langle a_x \rangle$ et a_{rms} . En revanche, l’estimation des queues de PDF reste contrainte par la rareté des événements extrêmes : aux plus faibles densités, les « paliers » proviennent d’un faible comptage par *bin* et doivent être interprétés avec prudence.

Les résultats mettent en évidence deux signatures classiques de la turbulence lagrangienne. Les vitesses, une fois centrées-réduites, restent proches d’une gaussienne, avec des écarts principalement dans les queues, tandis que l’augmentation du forçage se traduit surtout par une hausse de u_{rms} . À l’inverse, les accélérations sont fortement non gaussiennes et intermittentes : la PDF réduite de a_x/a_{rms} présente des queues larges sur plusieurs décades. La comparaison au modèle de *Mordant et al.* fournit une paramétrisation compacte via un unique paramètre s , typiquement $s \simeq 0.8\text{--}0.9$ ici, ce qui est cohérent avec un régime moins intermittent que les expériences à très haut Reynolds discutées dans l’article.

Enfin, l’analyse souligne le rôle critique du traitement numérique pour l’accélération. La dérivation amplifie le bruit et le lissage par noyaux gaussiens agit comme un filtre passe-bas qui atténue prioritairement les pics ; il est donc nécessaire de choisir des paramètres cohérents (par ex. $\text{support} = 3\text{wd}$) afin de contrôler la troncature du noyau. La principale limite expérimentale provient de la résolution des échelles dissipatives ($d_p \gtrsim \eta$) et du filtrage temporel associé, susceptibles de réduire le nombre d’événements extrêmes mesurés et de conduire naturellement à une valeur $s < 1$.

3 Résumé des TP1, TP2 et TP13

3.1 TP1 – Sillage turbulent derrière un cylindre en soufflerie



(a) Schéma du montage : cylindre ($D = 4$ cm), sonde (principe Pitot/Cobra 3D) et zones d'instabilité attendues dans le sillage proche.

(b) PSD (méthode de Welch) au point $(x, y) = (110, 10)$ mm par rapport au cylindre : $U_{\text{nom}} = 5$ m/s vs 9 m/s. Repères rouges : f_{vK} (von Kármán) et f_{KH} (Kelvin-Helmholtz).

FIGURE 5 – TP1 – Sillage proche d'un cylindre : (a) schéma du dispositif expérimental et (b) signatures fréquentielles des instabilités de von Kármán

Contexte et dispositif expérimental – Le sujet d'étude est le sillage proche d'un cylindre circulaire de diamètre $D = 4$ cm placé perpendiculairement à l'écoulement dans une soufflerie, afin d'identifier les signatures fréquentielles des structures cohérentes : (i) l'instabilité de Bénard-von Kármán, associée au détachement périodique de tourbillons et caractérisée par un pic spectral à la fréquence f_{vK} , et (ii) l'instabilité de couche de cisaillement de type Kelvin-Helmholtz, attendue à plus haute fréquence (notée f_{KH}) sous la forme d'une bosse spectrale ; cette lecture s'appuie sur *Brun et al.* [6]. La vitesse instantanée est mesurée avec une sonde multi-trous (Cobra 3D, principe Pitot) à une fréquence d'acquisition $f_s \simeq 1$ kHz. La PSD affichée Fig. 5b est estimée par Welch. Deux vitesses nominales sont étudiées ($U_{\text{nom}} = 5$ m/s et 9 m/s) et l'on évalue (cf. Eq. 4)

$$Re = \frac{U_{\text{nom}} D}{\nu},$$

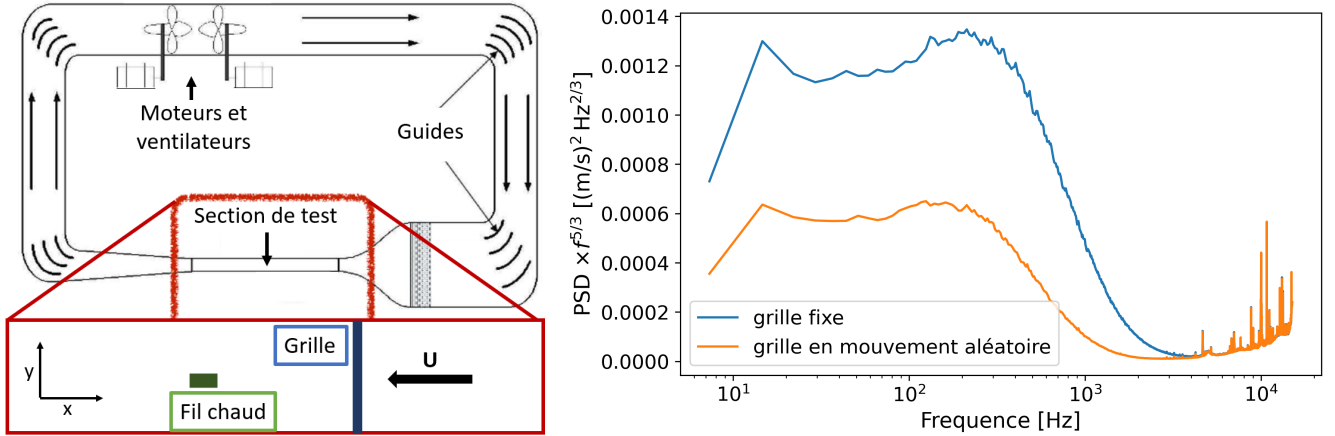
avec $D = 4.0 \times 10^{-2}$ m et $\nu_{\text{air}} \simeq 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, d'où

$$\begin{aligned} Re_{5 \text{ m/s}} &\simeq 1.3 \times 10^4, \\ Re_{9 \text{ m/s}} &\simeq 2.4 \times 10^4. \end{aligned}$$

Mesures et résultats – Ces valeurs, couplées à [6], indiquent que l'on devrait pouvoir relever les signatures vK et KH. À partir du signal $u(t)$, on calcule $\langle u \rangle$, u_{rms} et la PSD ; la Fig. 5a rappelle le montage et la Fig. 5b montre la PSD au point $(x, y) = (110, 10)$ mm : un pic net apparaît à $f_{vK} \simeq 9.89$ Hz (5 m/s) et 16.11 Hz (9 m/s), cohérent avec l'augmentation de la fréquence de détachement lorsque U_{nom} augmente. On observe aussi une énergie accrue à hautes fréquences, interprétée comme la couche cisailée, ici repérée indicativement par $f_{KH} \approx 150$ Hz (cas 9 m/s), mais la signature KH reste difficile à isoler, surtout à 5 m/s, car la bande haute fréquence est limitée par le bruit et la réponse fréquentielle de la chaîne de mesure (pitot + Welch).

Conclusion – Les mesures Cobra 3D confirment la coexistence d'une dynamique cohérente basse fréquence et d'une dynamique de couche cisailée à plus haute fréquence. Un capteur mieux adapté aux hautes fréquences permettrait d'améliorer le rapport signal/bruit et d'isoler davantage les signaux de signature KH.

3.2 TP2 – HTI en aval d’une grille active en soufflerie



(a) Soufflerie du LEGI et grille active (maillage $M = 10$ cm) ; mesure au fil chaud au centre de la section de test, en aval de la grille, avec une vitesse moyenne d'écoulement U . (b) Spectre compensé (traitement avec méthode de Welch) à la même position du fil chaud pour les deux courbes : centre de la section de test, $x = 111$ cm en aval de la grille, $U \simeq 6.5$ m/s ; comparaison grille fixe vs grille en mouvement aléatoire.

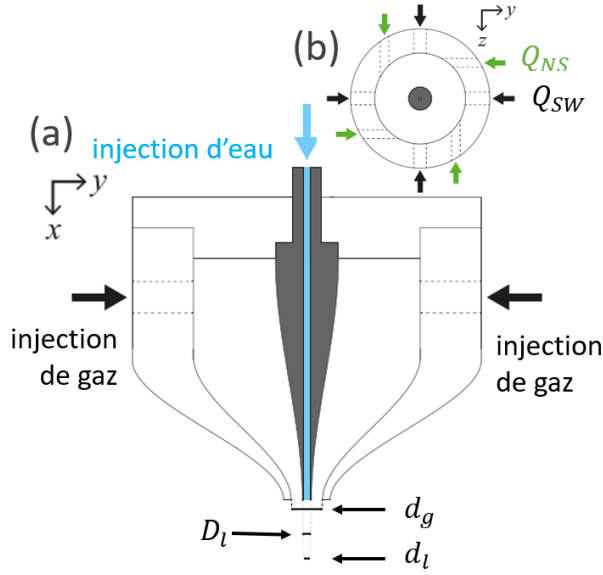
FIGURE 6 – TP2 – Turbulence générée par grille active : (a) instrumentation et (b) signature inertielle par spectre compensé.

Contexte et dispositif expérimental – On étudie une turbulence eulérienne (cf. Section 1.3) générée dans la grande soufflerie subsonique du LEGI à l'aide d'une grille active composée d'axes motorisés portant des volets carrés, permettant de produire une turbulence supposée homogène et isotrope à forte intensité. Le TP a été réalisé en conditions anémométrie à température constante (CTA). Deux protocoles de génération sont comparés : un protocole fixe (volets figés dans une configuration aléatoire donnée) et un protocole de mouvements aléatoires de type triple-random (volets en mouvement avec vitesse et sens de rotation aléatoires). Ces réglages modifient l'intensité des fluctuations et donc le Reynolds de Taylor Re_λ (cf. Eq. 6), qui conditionne la séparation d'échelles et la qualité de la plage inertielle attendue dans les spectres (signature en $-5/3$). La vitesse longitudinale est mesurée au centre de la section test par anémométrie à fil chaud en CTA. La calibration est réalisée en associant à chaque acquisition une vitesse moyenne de référence donnée par une sonde sans fil disposée en amont de la grille, puis en ajustant une loi de King reliant tension et vitesse : $e^2 = A\sqrt{u} + B$, afin de convertir le signal de tension en une série temporelle $u(t)$ avant post-traitement.

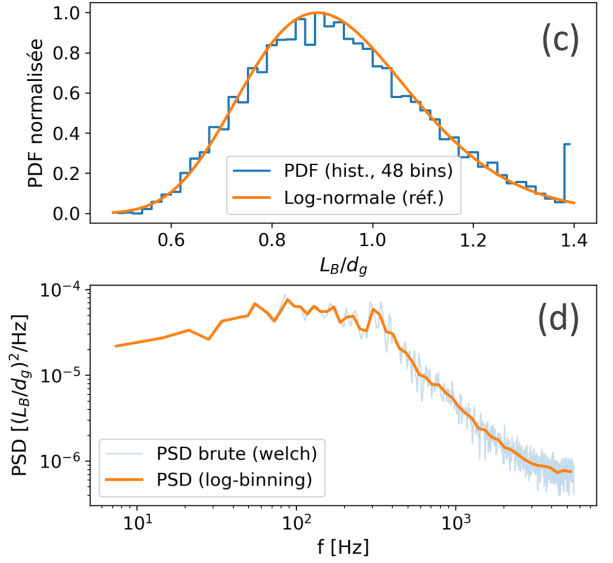
Mesures et résultats – Les propriétés fréquentielles sont analysées à partir de la densité spectrale de puissance $P_{uu}(f)$ estimée par la méthode de Welch (détails Section 1.3) afin de réduire la variance de l'estimateur. Pour mettre en évidence la plage inertielle associée à la loi de Kolmogorov, on utilise un spectre compensé $P_{uu}(f) f^{5/3}$, qui fait apparaître un palier lorsque la loi en $-5/3$ est compatible avec les données. La Fig. 6b montre, au même point de mesure (centre de la section test, $x = 111$ cm, $U_{nom} \simeq 6.5$ m/s), que les deux protocoles présentent une zone fréquentielle où le spectre compensé est quasi constant, ce qui constitue une signature plus lisible d'une dynamique inertielle qu'un simple guide en pente ; on observe en outre un écart d'intensité dans les PSD des deux protocoles (ici, la courbe du cas fixe reste au-dessus de celle du cas triple-random sur une large bande). À plus haute fréquence, la réaугmentation et les pics traduisent la limite de la chaîne de mesure (bruit) et ne doivent pas être interprétés comme une physique inertielle.

Conclusion – Ce TP montre que l'analyse spectrale par méthode de Welch appliquée aux mesures au fil chaud, combinée à la calibration via King, permet de comparer quantitativement un protocole fixe et un protocole aléatoire de grille active et d'identifier une plage inertielle sur les données expérimentales.

3.3 TP13 – Démonstration sur le banc de spray



(1) Géométrie de l'atomiseur coaxial : (a) coupe longitudinale (injection liquide centrale, gaz annulaire) ; (b) coupe transversale indiquant la décomposition du débit gaz en deux alimentations, Q_{SW} (*swirl* : gaz en rotation) et Q_{NS} (*non-swirling* : gaz sans rotation), dont la somme donne le débit total Q_g .



(2) Diagnostics sur L_B/d_g : (c) PDF normalisée (histogramme) et ajustement log-normal [9] ; (d) PSD estimée par Welch (brute et lissée par *log-binning* pour l'affichage).

FIGURE 7 – TP13 — Caractérisation du spray à partir de la longueur de cœur liquide $L_B(t)$: (1) Montage et géométrie de l'atomiseur coaxial (tiré de [9]) ; (2) résultats principaux sur L_B/d_g : distribution statistique (PDF) et dynamique fréquentielle (PSD).

Contexte et dispositif expérimental – Ce TP vise à caractériser un spray air/eau produit par un atomiseur coaxial à partir d'une grandeur expérimentale robuste : la longueur de cœur liquide $L_B(t)$, extraite d'images de shadowgraphie (cf. Annexe A.2.3) et définie comme l'extension axiale de la portion liquide encore connectée à la buse, selon la méthodologie de *Machicoane et al.* [9] (Fig. 7.1). Le jeu de données fourni correspond à un point de fonctionnement fixé par les débits $Q_g = 245$ SLPM (gaz, standard L/min) et $Q_l = 99$ mL/min (liquide), avec un échantillonnage à $f_s = 11$ kHz. L'analyse est menée sur la variable réduite L_B/d_g . À partir de la géométrie ($d_g = 10$ mm, $D_l = 3$ mm, $d_l = 2$ mm), on estime les vitesses moyennes

$$U_g = \frac{Q_g}{A_g} = \frac{Q_g}{\frac{\pi}{4} (d_g^2 - D_l^2)} \simeq 57.1 \text{ m s}^{-1} \text{ et}$$

$$U_l = \frac{Q_l}{A_l} = \frac{Q_l}{\frac{\pi}{4} d_l^2} \simeq 0.525 \text{ m s}^{-1},$$

avec $A_g = \frac{\pi}{4} (d_g^2 - D_l^2)$ et $A_l = \frac{\pi}{4} d_l^2$. Comme Q_g est donné en SLPM (débit volumique ramené aux conditions standard), U_g est donc une vitesse volumique équivalente aux conditions standard.

Mesures et résultats – La statistique de L_B/d_g est décrite par une PDF estimée par histogramme et comparée à une loi de référence : on observe une distribution non gaussienne et asymétrique, avec une queue vers les grandes valeurs, compatible au premier ordre avec une description log-normale (Fig. 7.2(c)), en accord qualitatif avec les tendances rapportées par [9]. La dynamique temporelle est analysée via la densité spectrale de puissance, estimée par la méthode de Welch : le spectre montre un niveau d'énergie plus élevé sur une gamme de fréquences intermédiaires (Fig. 7.2(d)), signature de fluctuations instationnaires du cœur liquide plutôt qu'un signal strictement périodique. En complément, l'autocorrélation normalisée $C_{L_B}(\tau)$ permet d'extraire un temps caractéristique court $\tau_{0.25}$ défini par $C_{L_B}(\tau_{0.25}) = 0.25$ (présenté en Annexe A.2.4), qui quantifie une décorrélation rapide des fluctuations de $L_B(t)$.

Conclusion – Ce TP montre qu'un traitement statistique et fréquentiel de $L_B(t)$ fournit un diagnostic compact du spray et permet d'identifier les gammes de temps sur lesquelles se concentre l'essentiel des fluctuations, conformément à l'approche de l'article [9].

4 Discussion générale, conclusion et perspectives

4.1 Discussion générale

Les quatre TPs s'inscrivent dans une même problématique : relier des mesures expérimentales à une lecture physique multi-échelle de la turbulence. Pour rendre les comparaisons pertinentes, on a volontairement mobilisé, dès que possible, des diagnostics similaires d'un TP à l'autre (via PSD et/ou PDF en variables normalisées), puis on a discuté de l'interprétation des graphes.

Comparaison des régimes et des échelles dominantes – Les écoulements étudiés couvrent un spectre large de situations, depuis une dynamique fortement cohérente jusqu'à une turbulence plus large bande. Dans le sillage proche du cylindre (TP1), la PSD met en évidence un pic dominant à basse fréquence, $f_{vK} \approx 9.89$ Hz (5 m/s) et $f_{vK} \approx 16.11$ Hz (9 m/s), associé au détachement tourbillonnaire (Fig. 5b). On observe en parallèle une bande de plus haute fréquence (~ 150 – 200 Hz) liée à la couche cisailée et à ses instabilités, ce qui illustre la coexistence d'une échelle cohérente et d'une turbulence plus dispersée. À l'opposé, la turbulence de grille (TP2) présente des spectres plus continus avec une plage intermédiaire compatible avec une pente en $-5/3$ sur une bande finie (Fig. 6b), et une évolution mesurable avec la distance en aval de la grille x . Enfin, le spray coaxial (TP13) et la turbulence de grille oscillante (TP14) donnent accès à des échelles dynamiques rapides : pour le spray, la décorrélation de L_B/d_g est de l'ordre de la milliseconde (Fig. 11). Pour le PTV, l'accélération lagrangienne présente des fluctuations intenses et des PDF à queues larges (Fig. 4).

Niveaux de Reynolds et séparation d'échelles – Les ordres de grandeur des Reynolds (et donc la séparation d'échelles accessible) varient fortement selon les TPs : $Re \sim 10^4$ dans l'air pour le cylindre (TP1), $Re_l \sim 10^3$ pour le jet liquide du spray (TP13), et $Re_L \sim 10^3$ pour la grille oscillante (TP14). Ces valeurs expliquent un point clé : en conditions de TP, la zone inertielle existe mais reste souvent courte. Les pentes attendues (K41) doivent donc être discutées comme des « tendances » plutôt que comme des lois « parfaites », et toute interprétation en termes de dissipation ε ou d'échelles de Kolmogorov doit rester prudente.

Spectres : signatures cohérentes, cascade et bande exploitable – Les PSD se sont révélées particulièrement discriminantes pour séparer structures cohérentes et cascade. Le TP1 illustre une signature spectrale « simple » (pics + bande) qui se prête à l'identification d'une fréquence caractéristique, mais qui est sensible à la position de mesure. Le TP2 montre au contraire une PSD plus turbulente : la forme est relativement robuste, alors que les niveaux et la plage inertielle dépendent du protocole (fixe ou mouvement). Dans tous les cas, la bande haute fréquence est bornée par la chaîne de mesure : planchers de bruit causé par la résolution instrumentale. La méthode de Welch (fenêtrage + moyennage) réduit la variance de l'estimation et rend ces comparaisons possibles, au prix d'une résolution fréquentielle.

PDF, intermittence et qualité statistique – Les PDF complètent les spectres en quantifiant la non-gaussianité des distributions et l'intermittence. Le spray (TP13) montre une PDF asymétrique de L_B/d_g (Fig. 7.1(c)), cohérente avec une variabilité dominée par des événements « rares » (grandes valeurs de L_B). Le TP14 illustre une intermittence plus classique de la turbulence via les PDF réduites d'accélération : les queues s'étendent sur plusieurs décades et sont bien décrites, au moins qualitativement, par un modèle présenté dans A.1.2 avec $s \simeq 0.8$ – 0.9 (Fig. 4). Dans l'interprétation, la qualité statistique est déterminante : les queues reposent sur très peu d'échantillons. C'est pourquoi il est nécessaire de ne pas sur-interpréter les « paliers » dus au *binning*.

Complémentarité eulérien/lagrangien – Enfin, la mise en regard des TPs confirme la complémentarité des approches : le cadre eulérien est bien adapté aux profils moyens, aux signatures cohérentes et aux spectres en un point, tandis que le cadre lagrangien donne un accès direct aux fluctuations rapides et à l'intermittence via les statistiques d'accélération. Ces deux lectures sont cohérentes avec le scénario multi-échelle discuté en introduction (production aux grandes échelles, transfert, dissipation), mais elles rappellent que la « turbulence » observée dépend du méthode d'étude choisie.

4.2 Conclusion

Au terme de ces TPs, l'ensemble des mesures converge vers une lecture cohérente et multi-échelle de la turbulence. Les analyses eulériennes montrent que l'énergie des fluctuations est principalement portée par les grandes structures, puis redistribuée vers des échelles de plus en plus petites. Dans le cas du sillage proche, la présence d'une dynamique partiellement cohérente se manifeste par une fréquence dominante, tandis qu'une bande plus haute fréquence traduit l'activité de la couche cisailée ; à l'inverse, la turbulence de grille présente un contenu spectral plus continu, compatible avec une cascade sur une bande fréquentielle finie. Les diagnostics lagrangiens complètent cette lecture en donnant accès directement aux petites échelles dynamiques : les PDF d'accélération présentent des queues non-gaussiennes marquées, signature de l'intermittence, en accord qualitatif avec les tendances rapportées dans la littérature. Plus généralement, ces TPs soulignent que les conclusions les plus solides sont celles qui restent robustes face aux limitations expérimentales (bande passante, bruit, durée d'acquisition) et aux choix de traitement (Welch, binning, dérivation filtrée), ce qui justifie de documenter explicitement paramètres numériques et incertitudes.

4.3 Perspectives communes

Pour resserrer le lien entre résultats expérimentaux et prédictions théoriques, une première perspective consiste à harmoniser l'estimation des échelles caractéristiques et des nombres adimensionnels. Il serait naturel d'estimer de façon systématique des temps de corrélation, ainsi que des grandeurs liées aux échelles intermédiaires (par exemple λ et Re_λ lorsqu'elles sont accessibles), puis de relier ces diagnostics à une estimation indépendante de la dissipation ε à partir de fonctions de structure. Une telle démarche permettrait de discuter plus quantitativement les échelles de Kolmogorov η et τ_η et d'objectiver la séparation d'échelles réellement atteinte dans chaque configuration.

Une seconde perspective porte sur l'accès expérimental aux petites échelles, en améliorant la résolution temporelle et le rapport signal/bruit, ou en mobilisant une instrumentation plus adaptée selon les phénomènes recherchés. Dans le TP1, par exemple, une mesure plus résolue pourrait aider à isoler plus nettement la signature d'une instabilité de Kelvin–Helmholtz dans la bande haute fréquence. Pour le TP14, l'allongement des trajectoires, l'augmentation du nombre de segments exploitables et la miniaturisation des traceurs fluides renforceraient la robustesse des statistiques d'extrêmes. En parallèle, une caractérisation plus systématique de l'effet des filtres numériques (largeur de noyau, schéma de dérivation) permettrait de mieux distinguer ce qui relève du signal physique et ce qui est induit par le traitement.

Enfin, l'augmentation de la durée d'acquisition et l'exploration plus large de l'espace des paramètres constituent des prolongements directs. Des acquisitions plus longues stabilisent les estimations basse fréquence des PSD et améliorent la convergence des queues de PDF, tandis qu'une variation contrôlée des positions et conditions (par exemple l'aval x en TP2, les positions transverses en TP1, le forçage en TP14, ou les nombres adimensionnels du spray en TP13) permettrait de tester la robustesse des tendances observées et de mieux discriminer ce qui est universel de ce qui dépend de la configuration.

5 Bibliographie

Références

- [1] S. B. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000.
- [2] E. J. Hopfinger and J.-A. Toly. Spatially decaying turbulence and its relation to mixing across density interfaces. *Journal of Fluid Mechanics*, 78(1) :155–175, 1976.
- [3] N. Mordant, A. M. Crawford, and E. Bodenschatz. Three-dimensional structure of the Lagrangian acceleration in turbulent flows. *Physical Review Letters*, 93(21) :214501, 2004.
- [4] Thompson, SM and Turner, JS. Mixing across an interface due to turbulence generated by an oscillating grid. *Journal of Fluid Mechanics*, 67(2) :349–368, 1975.
- [5] Kestin, Joseph and Sokolov, Mordechai and Wakeham, William A. Viscosity of liquid water in the range -8 °C to 150 °C. *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, 7(3) :941–948, 1978.
- [6] Brun, Christophe and Aubrun, Sandrine and Goossens, Thomas and Ravier, Ph Coherent structures and their frequency signature in the separated shear layer on the sides of a square cylinder. *Flow, Turbulence and Combustion*, 81 :97–114, 2008.
- [7] L. Mydlarski. A turbulent quarter century of active grids : from Makita (1991) to the present. *Fluid Dynamics Research*, 49(6) :061401, 2017.
- [8] D. O. Mora, E. Muñiz Pladellorens, P. Riera Turró, M. Lagauzere, and M. Obligado. Energy cascades in active-grid-generated turbulent flows. *Physical Review Fluids*, 4(10) :104601, 2019.
- [9] N. Machicoane, G. Ricard, R. Osuna-Orozco, P. D. Huck, and A. Aliseda. Influence of steady and oscillating swirl on the near-field spray characteristics in a two-fluid coaxial atomizer. *International Journal of Multiphase Flow*, 129 :103318, 2020.

A Annexes

A.1 Détails de traitement numérique

A.1.1 TP14 – Estimation des incertitudes par bootstrap sur segments

Justification – Le *bootstrap* par ré-échantillonnage des segments permet d’estimer l’incertitude statistique sur $\langle u \rangle$, u_{rms} (et les grandeurs d’accélération) à partir d’un jeu de données hétérogène. Il évite qu’une trajectoire exceptionnellement longue sur-pondère les résultats et fournit des barres d’erreur cohérentes pour comparer les conditions de forçage.

Principe – Les incertitudes sur $\langle u \rangle$, u_{rms} , $\langle a \rangle$ et a_{rms} sont estimées par *bootstrap* en ré-échantillonnant les segments avec remise. Pour un forçage donné, on dispose d’une liste de M segments valides. Chaque segment j contient n_j échantillons $u_{j,i}$.

Pondération par la taille des segments – On définit pour chaque segment :

$$S_{1,j} = \sum_{i=1}^{n_j} u_{j,i}, \quad S_{2,j} = \sum_{i=1}^{n_j} u_{j,i}^2.$$

Sur l’ensemble des segments, l’estimation pondérée par le nombre total d’échantillons $N = \sum_{j=1}^M n_j$ est :

$$\widehat{\langle u \rangle} = \frac{\sum_{j=1}^M S_{1,j}}{N}, \quad \widehat{u_{\text{rms}}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^M S_{2,j}}{N}}.$$

Cette pondération garantit que les segments contribuent proportionnellement à leur taille.

Bootstrap par segments – Pour chaque tirage $b = 1, \dots, B$, on tire avec remise M indices $(J_1, \dots, J_M)$ uniformément dans $\{1, \dots, M\}$. On reconstruit alors :

$$N^{(b)} = \sum_{m=1}^M n_{J_m}, \quad \langle u \rangle^{(b)} = \frac{\sum_{m=1}^M S_{1,J_m}}{N^{(b)}}, \quad u_{\text{rms}}^{(b)} = \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^M S_{2,J_m}}{N^{(b)}}}.$$

On obtient ainsi une distribution empirique des estimateurs $\{\langle u \rangle^{(b)}\}_{b=1}^B$ et $\{u_{\text{rms}}^{(b)}\}_{b=1}^B$.

Intervalle de confiance. Les intervalles de confiance (IC) sont construits par la méthode des percentiles : pour un IC à 95%, on prend les quantiles [2.5%, 97.5%] des distributions *bootstrap*. Dans l’analyse, on utilise typiquement $B = 1000$ tirages.

Remarque – Ce *bootstrap* ne rend pas les échantillons parfaitement indépendants, mais il fournit une estimation pratique et cohérente de l’incertitude, en particulier pour comparer les conditions sans sur-pondérer une trajectoire dominante.

A.1.2 TP14 – Modèle de *Mordant et al.* pour la PDF de a_x/a_{rms}

Mordant et al. [3] montrent que la PDF de la norme de l'accélération lagrangienne peut être décrite (pour les valeurs modérées à grandes) par une loi log-normale, et que si en plus l'accélération est isotrope, alors on peut en déduire une expression analytique pour la PDF d'une composante d'accélération.

Hypothèses du modèle – (i) La norme $A = \|\mathbf{a}\|$ suit une loi log-normale; (ii) la direction de $\mathbf{a}$ est isotrope. Sous ces hypothèses, la distribution d'une composante a_i n'est pas gaussienne et présente des queues larges.

Loi log-normale pour la norme – Le modèle utilise

$$P_A(A) = \frac{1}{A s \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\ln^2(A/m)}{2s^2}\right], \quad A > 0, \quad (9)$$

où s contrôle la largeur de la distribution et m est un paramètre d'échelle.

PDF d'une composante sous isotropie – Sous isotropie, on peut relier la PDF de a_i à celle de A par

$$P_{a_i}(a_i) = \frac{1}{2} \int_{|a_i|}^{\infty} P_A(A) \frac{1}{A} dA. \quad (10)$$

Si P_A est log-normale, [3] donne une forme fermée équivalente qu'on peut écrire de manière compacte avec la fonction d'erreur complémentaire (erfc) :

$$P_{a_i}(a_i) = \frac{e^{s^2/2}}{4m} \operatorname{erfc}\left(\frac{\ln(|a_i|/m) + s^2}{\sqrt{2}s}\right). \quad (11)$$

Le paramètre m ne fait alors qu'ajuster la variance de la composante.

Variable réduite utilisée dans le TP – Dans le rapport, on compare la PDF de la variable réduite

$$x = \frac{a_x}{a_{\text{rms}}} \quad (\text{avec } \langle a_x \rangle \simeq 0), \quad (12)$$

ce qui impose $\operatorname{Var}(x) = 1$. Dans [3], cela correspond à choisir

$$m = \sqrt{\frac{3}{e^{2s^2}}} \quad (\text{variance unitaire}), \quad (13)$$

de sorte que la forme de la PDF réduite ne dépende plus que d'un seul paramètre s .

Principe : ajustement de s – On estime d'abord une PDF expérimentale de $x = a_x/a_{\text{rms}}$, puis on ajuste s en minimisant un écart sur $\log(\text{PDF})$, ce qui pondère davantage les faibles probabilités et permet de contraindre le fit dans les queues (si non le fit se fait principalement sur les valeurs centrales).

Remarque – Le papier souligne que l'estimation de l'accélération est très sensible au bruit et utilise une dérivation/filtrage par convolution avec un noyau gaussien. Ceci motive, dans le TP, l'étude de la sensibilité au lissage (paramètres `wd` et `support`) avant d'interpréter finement les queues.

A.2 Figures complémentaires

A.2.1 TP14 — Durées des segments et taille d'échantillon

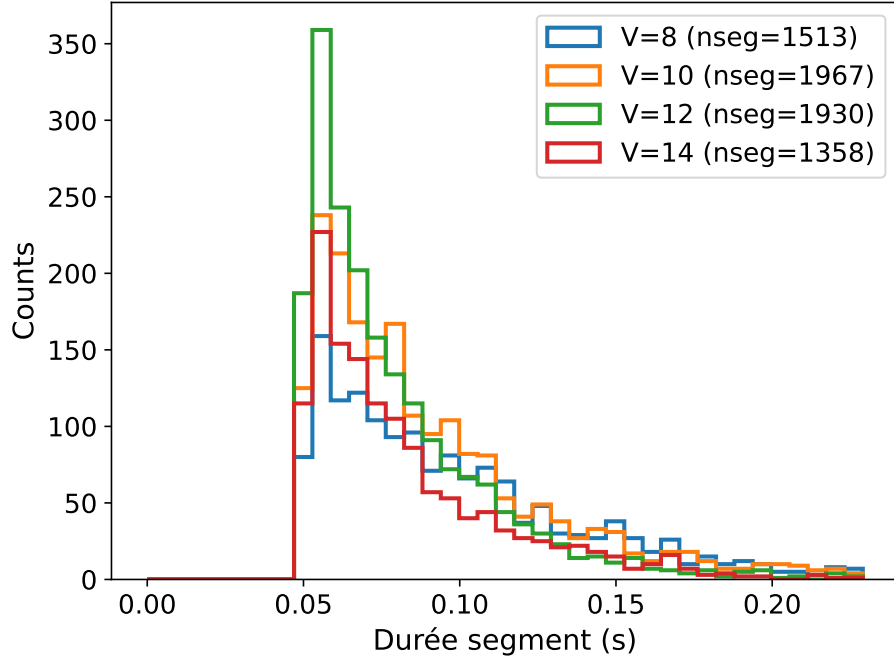


FIGURE 8 — Distribution des durées des segments retenus après coupure sur les *gaps* et filtrage des segments courts, pour différents forçages (le nombre de segments n_{seg} est indiqué dans la légende).

A.2.2 TP14 – Rareté des événements et aplatissement des queues

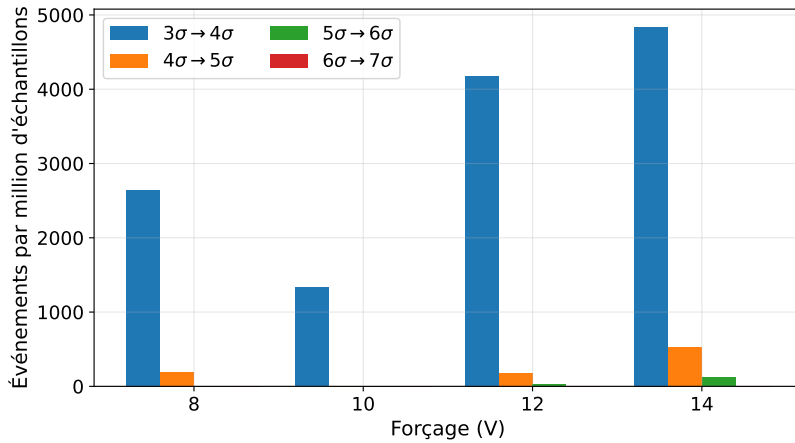


FIGURE 9 — Comptage (normalisé par million d'échantillons) des événements rares dans les queues de la vitesse : nombre d'occurrences telles que $k\sigma_u \leq |u - \langle u \rangle| < (k+1)\sigma_u$, en fonction du forçage.

L'aplatissement observé au bout des queues de la PDF centrée-réduite de la vitesse (Fig. 2b) provient d'une limitation statistique et non d'un effet physique. En effet, l'estimation de la densité par histogramme repose sur le comptage n_{bin} d'échantillons dans chaque *bin* de largeur Δ :

$$\hat{p} = \frac{n_{\text{bin}}}{N \Delta}$$

où N est le nombre total d'échantillons. Dans les queues, n_{bin} devient très faible ($0, 1, 2, \dots$), si bien que $\hat{p}$ ne peut

prendre que quelques valeurs discrètes. Lorsque plusieurs *bins* consécutifs contiennent exactement un seul événement ($n_{\text{bin}} = 1$), la PDF estimée vaut la même ordonnée $\hat{p} = 1/(N\Delta)$ sur plusieurs *bins* successifs : cette quantification se traduit par un « palier ».

La Fig. 9 corrobore ce diagnostic en comptant directement les événements extrêmes en unités de σ_u : au-delà de $4\sigma_u$, le nombre d’occurrences est très faible (et dépend du forçage), ce qui rend l’estimation des queues intrinsèquement bruitée.

A.2.3 TP13 – Image de jet d’atomisation et définition de la longueur de cœur liquide L_B

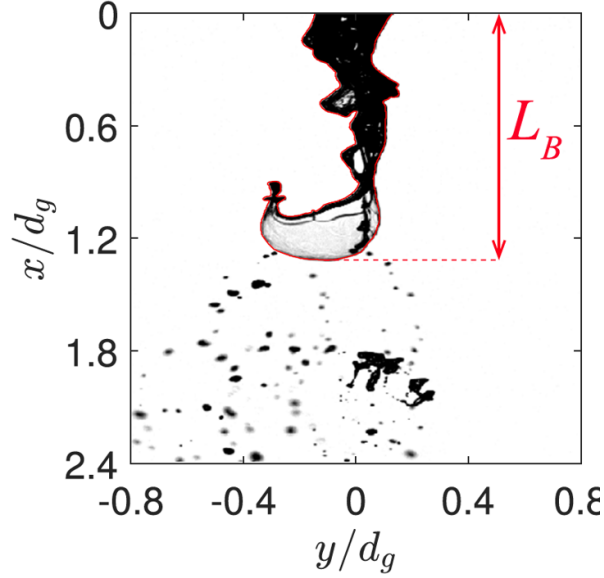


FIGURE 10 – Exemple d’image de shadowgraphie d’un jet d’atomisation coaxial et définition de la longueur de cœur liquide L_B : L_B est mesurée comme la distance axiale entre la sortie de buse et le point de rupture du cœur liquide. Les coordonnées sont normalisées par d_g : largeur de la sortie de la buse.

A.2.4 TP13 – autocorrélation normalisée de L_B et extraction de $\tau_{0.25}$

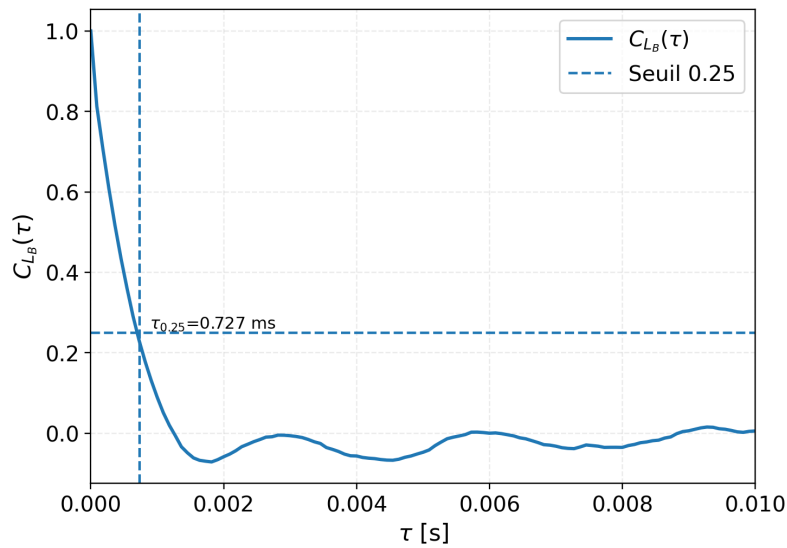


FIGURE 11 – autocorrélation normalisée $C_{L_B}(\tau)$ de la longueur de cœur liquide (signal L_B/d_g) en fonction du retard τ (zoom sur 0–10 ms). Le temps caractéristique $\tau_{0.25}$ est défini comme le premier instant tel que $C_{L_B}(\tau_{0.25}) = 0.25$ (traits pointillés). On relève ici $\tau_{0.25} = 0.727$ ms.